

Tenuta idraulica frontale per collettori rotanti

Angelo Montorsi
Studio Pitagora sas

Oggetto della analisi è una guarnizione di tenuta frontale per passaggio di liquidi, attraverso un collettore rotante.

In funzione dei fenomeni fluidodinamici chiamati in causa, vengono ricavate delle relazioni, le quali, mediante l'utilizzo di un foglio di calcolo, (Excel Microsoft) permettono di calcolare i parametri geometrici da assegnare ai componenti della tenuta.

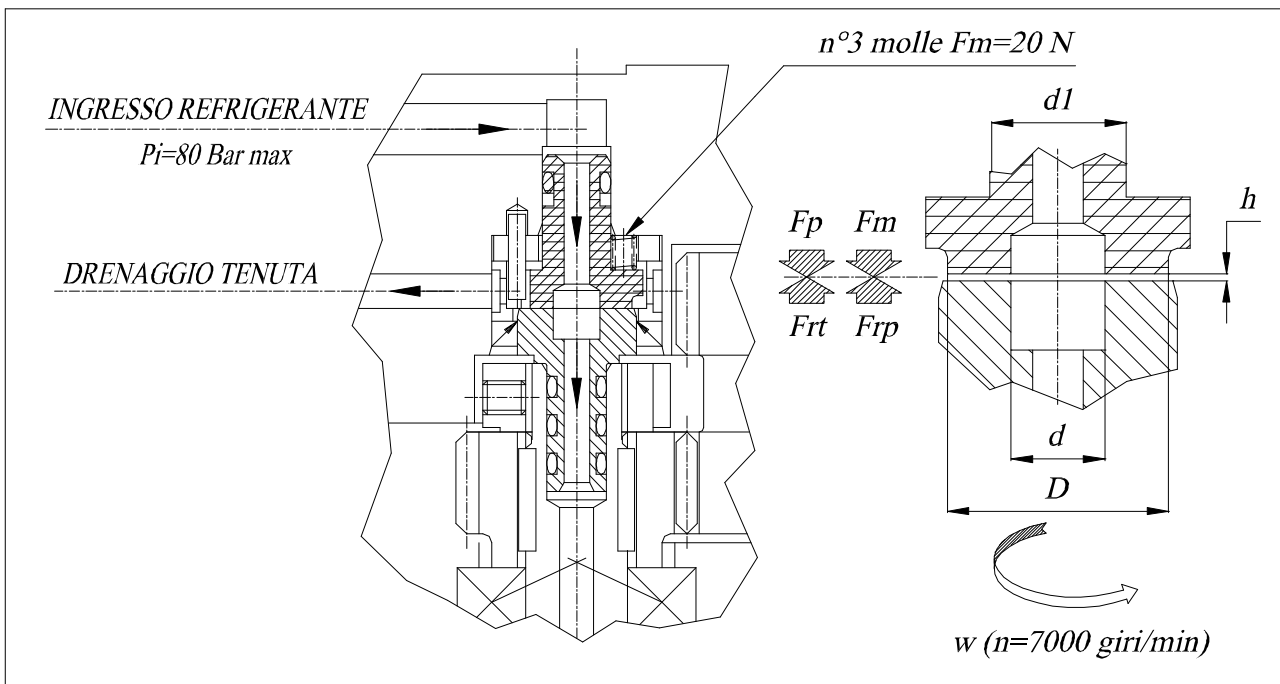
L'idea è quella di ottenere una tenuta che ammetta un trafilamento, da convogliare al condotto di drenaggio al fine di ottenere la lubrificazione del contatto strisciante ed un efficace raffreddamento dei componenti la tenuta.

Attualmente, le tenute frontali dei collettori rotanti, per alte pressioni e velocità di rotazione, vengono costruite, utilizzando pastiglie in materiale ceramico, con superfici microlappate; lo stato dell'arte impone, per questi problemi di tenuta, di rivolgersi a ditte specializzate del settore, le cui forniture di soluzioni speciali, hanno un certo costo, per compensare il know-how necessario per queste realizzazioni.

Lo scopo è quello di rendere possibile l'utilizzo di materiali diversi, per i componenti suddetti, magari a prezzo di una minore efficacia della tenuta, ove l'applicazione lo permette.

L'obiettivo è quello di fornire gli strumenti, per mettere in condizione aziende meno specializzate, di costruirsi in casa le suddette tenute, per le loro specifiche applicazioni.

Fig.1



Impostazione del problema: (rif. fig.1)

- 1°) Trovare la relazione esistente tra: la portata (Q) del trafilamento, l'altezza (h) del meato lubrificante, il salto di pressione (Dp) tra la (P_i) interna al collettore e la (P_e) esterna (press. atmosferica).
- 2°) Impostare le relazioni necessarie alla definizione delle condizioni geometriche ($d1, d, D$), realizzanti l'equilibrio tra le forze agenti sul piano della tenuta.
- 3°) Valutare la potenza persa per attrito fluidodinamico ed impostare le formule del bilancio termico, per verificare che la portata (Q) sia sufficiente ad asportare l'eccesso di calore prodotto, nella zona di tenuta.
- 4°) Preparare un foglio di calcolo, basato sulle relazioni trovate, per definire in modo iterativo i parametri geometrici della nostra tenuta.
- 5°) Scegliere i materiali dei componenti la tenuta, in funzione delle sollecitazioni: meccaniche e termiche calcolate.

Soluzione:

Punto 1°) (rif. Fig.1 e Fig.2)

- a) Ipotesi di moto laminare $Re \leq 2300$ (numero di Reynolds)
- b) Modello geometrico: cuscinetto reggispinta a sostentamento idrostatico

Dalla meccanica dei fluidi prendiamo a prestito l'equazione di Reynolds:

$$\frac{dp}{dx} = \frac{6\mu V}{h^2} \left(1 - \frac{2q}{Vh}\right) \quad (1.1)$$

nella sua forma più semplice, ossia relativa ad un caso di moto bidimensionale del fluido, con viscosità dinamica (μ) nel piano (xy). In condizioni statiche ($V=0$) e sostituendo la variabile (x) con la variabile (r), dalla (1.1) otteniamo:

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{12\mu}{h^3} q \quad \Rightarrow \quad q = -\frac{h^3}{12\mu} \frac{dp}{dr}$$

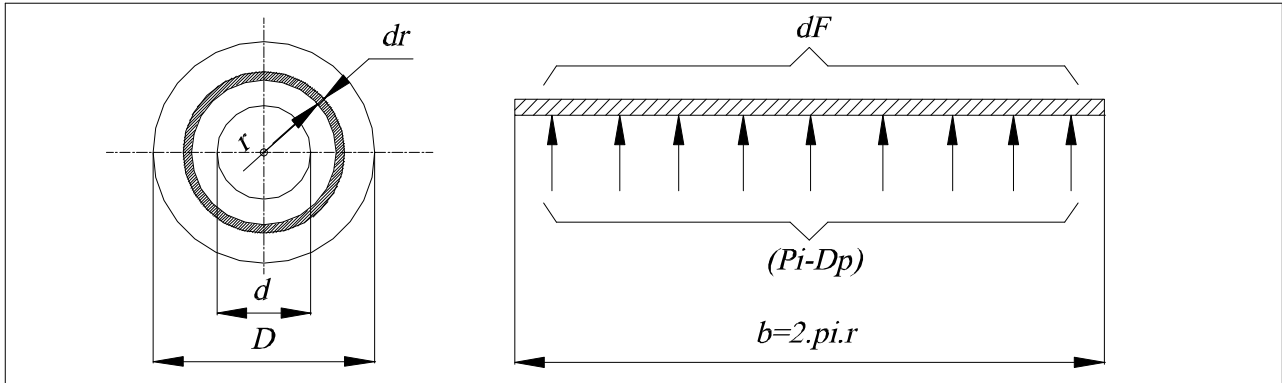
La portata (dq), che passa attraverso una sezione infinitesima di meato di larghezza ($r d\vartheta$) è pari a:

$$dq = -\frac{h^3}{12\mu} \frac{dp}{dr} r \cdot d\vartheta$$

e la portata totale (Q) risulta:

$$Q = \int_0^{2\pi} dq = -\frac{h^3}{12\mu} \frac{dp}{dr} r \int_0^{2\pi} d\vartheta = -\frac{\pi \cdot h^3}{6\mu} \frac{r}{dr} dp$$

Fig.2



La portata (Q), per l'equazione di continuità risulta indipendente dal raggio (r) e potremo scrivere:

$$\frac{\pi \cdot h^3}{6\mu} \int dp = Q \int \frac{dr}{r} \quad \Rightarrow \quad \frac{\pi \cdot h^3}{6\mu} p = -Q \cdot \ln r + \text{cost} \quad (1.2)$$

Al raggio esterno ($r=D/2$) avremo la pressione atmosferica ($p=0$) e ponendo queste condizioni nella (1.2) avremo:

$$0 = -Q \cdot \ln\left(\frac{D}{2}\right) + \text{cost} \quad \Rightarrow \quad \text{cost} = Q \cdot \ln\left(\frac{D}{2}\right)$$

e quindi:

$$\frac{\pi \cdot h^3}{6\mu} p = Q \cdot \ln\left(\frac{D}{2r}\right) \quad \Rightarrow \quad p = \frac{6\mu \cdot Q}{\pi \cdot h^3} \ln\left(\frac{D}{2r}\right) \quad (1.3)$$

Al raggio interno ($r=d/2$) avremo la pressione ($p=Pi$):

$$Pi = \frac{6\mu \cdot Q}{\pi \cdot h^3} \ln\left(\frac{D}{d}\right) \quad (1.4)$$

Ricordando che l'equazione di Reynolds (1.1) è ricavata sotto l'ipotesi di regime laminare, diamo la relazione per il calcolo di (Re), definendo il diametro idraulico (Dh) che con riferimento alla (fig.2) diventa:

$$Dh = (4 \cdot \text{area della sezione}) / (\text{perimetro della sezione}) = 2 \cdot h$$

per avere poi:

$$Re = \frac{4\rho \cdot Q}{\pi \cdot Dh \cdot \mu} \quad (1.5)$$

dove (ρ) sta ad indicare la densità (massa specifica) del fluido.

Punto 2• (rif. fig.1)

Le forze agenti, sul piano della tenuta sono:

$$F_p = P_i \cdot \frac{d^2}{4} \pi \quad \text{forza premente, dovuta alla pressione (P}_i\text{)}$$

$$F_m \quad \text{“ “ , “ alle molle}$$

$$F_{rp} = P_i \cdot \frac{d^2}{4} \pi \quad \text{forza reagente, dovuta alla pressione (P}_i\text{)}$$

$$F_{rt} \quad \text{forza reagente, sviluppata, nella corona circolare definita dai diametri (d); (D) dalla pressione variabile tra il valore (P}_i\text{) e la pressione atmosferica}$$

e la condizione di equilibrio sarà:

$$F_p + F_m - F_{rp} - F_{rt} = 0$$

Con riferimento alla (Fig.2) ricaviamo il valore di (F_{rt}), prendendo le mosse dalle seguenti considerazioni:

$$dF = p \cdot (2\pi \cdot r \cdot dr)$$

che ricordando la (1.3) diventa:
$$dF = \frac{6\mu \cdot Q}{\pi \cdot h^3} \ln\left(\frac{D}{2r}\right) \cdot (2\pi \cdot r \cdot dr) = \frac{12\mu \cdot Q}{h^3} \ln\left(\frac{D}{2r}\right) r \cdot dr$$

quindi avremo:
$$F_{rt} = \frac{12\mu \cdot Q}{h^3} \int_{d/2}^{D/2} \ln\left(\frac{D}{2r}\right) \cdot r \cdot dr$$

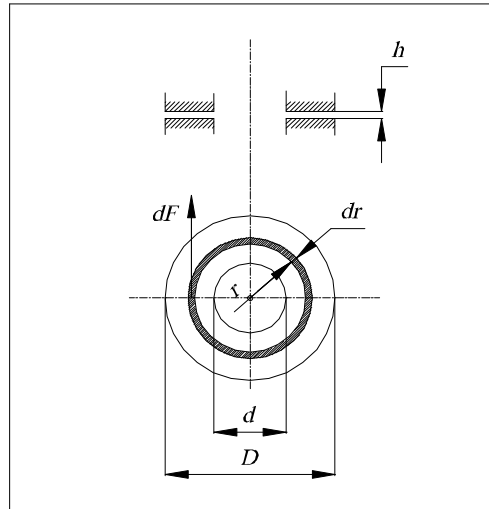
$$F_{rt} = \frac{12\mu \cdot Q}{h^3} \left[\frac{r^2}{2} \ln\left(\frac{D}{2r}\right) + \frac{r^2}{4} \right]_{d/2}^{D/2}$$

per avere infine:
$$F_{rt} = \frac{3\mu \cdot Q}{h^3} \left[\frac{(D^2 - d^2)}{4} - \frac{d^2}{2} \ln\left(\frac{D}{d}\right) \right] \quad (2.6)$$

Punto 3• (rif. Fig.3)

Vediamo ora quale deve essere la portata di trafilamento (Q), necessaria all'asportazione del calore in eccesso, generato dalla rotazione del piattello.

Fig.3



Per un fluido newtoniano abbiamo:

$$dF = (\mu \cdot v/h) \cdot dA \quad ; \quad dA = 2\pi \cdot r \cdot dr \quad ; \quad v = \omega \cdot r$$

dove: μ = viscosità dinamica; v = velocità di scorrimento; dA = superficie elementare

Osservando la (fig.5), vediamo che sussistono le seguenti relazioni:

$$dF = [(2\pi \cdot \mu)/h] \cdot \omega \cdot r^2 \cdot dr$$

$$dPr = v \cdot dF = [(2\pi \cdot \mu)/h] \cdot (\omega^2) \cdot (r^3) \cdot dr$$

dove (dPr) sta ad indicare il differenziale della potenza persa, per attrito fluidodinamico.

Risolvendo il seguente integrale, avremo:

$$Pr = \int_{d/2}^{D/2} dPr = [\pi \cdot \mu \cdot \omega^2 / 2^5 \cdot h] \cdot (D^4 - d^4) \quad (3.7)$$

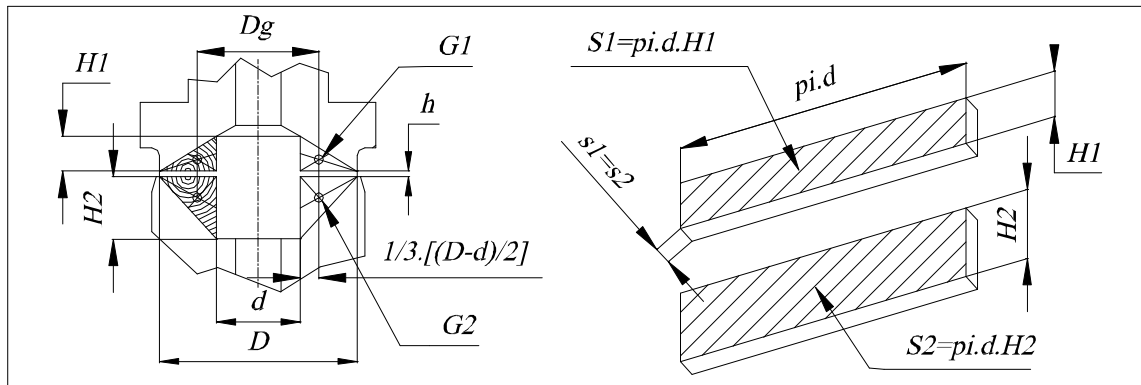
dove (Pr), è la potenza persa per attrito, nella nostra tenuta.

Della potenza termica, espressa dalla (3.7), una parte viene ceduta al fluido, che scorre all'interno del collettore, per conduzione, attraverso i materiali costituenti la tenuta (piattello statico e piattello rotante), mentre, per la parte che risultasse eccedente, ipotizziamo la dispersione attraverso, il trafilemento, della tenuta.

Allo scopo di determinare, il calore disperso per trasmissione, alla vena fluida interna, (flusso principale), attraverso le superfici cilindriche, di diametro (d) e rispettive altezze ($H1$), ($H2$) vedi

(fig.5), definiamo un concetto di parete equivalente; cioè quella parete a spessore costante, che realizza una trasmissione termica, equivalente a quella del caso in esame.

Fig.5



La (Fig.5) illustra il concetto geometrico seguito, per definire le due pareti equivalenti, le quali avranno: superfici laterali (S1), (S2) e spessori (s1), (s2) tali, da eguagliare il volume dei due solidi di rivoluzione, generati dalla rotazione dei due triangoli, di baricentri rispettivi (G1), (G2) evidenziati.

Per il teorema di Guldino avremo:

$$V1 = (\pi \cdot H1 / 12) \cdot (D - d) \cdot (D + 2 \cdot d)$$

$$V2 = (\pi \cdot H2 / 12) \cdot (D - d) \cdot (D + 2 \cdot d)$$

dove (V1), (V2) sono i volumi delle due pareti equivalenti, le quali avranno spessore:

$$s1 = s2 = [(D - d) \cdot (D + 2d)] / (12 \cdot d)$$

Passiamo ora al calcolo, della dispersione termica:

$$Pt = K \cdot S \cdot (T1 - T2) \quad (W) \quad (3.8)$$

Potenza dispersa, per trasmissione termica attraverso le pareti interne, degli elementi di tenuta.

dove: T1 (°C)

Temperatura del fluido, nella zona di trafileamento.

T2 (°C)

“ della vena fluida, interna al collettore.

S (S1, S2) (m²)

Superficie della parete equivalente.

K (K1, K2) {W / [(m²) \cdot (°C)]}

Coefficienti globali di trasmissione termica.

$$1/K = 1/a1 + 1/a2 + s/ct \quad (3.9)$$

dove, nell'ipotesi che il fluido sia acqua, avremo:

$$a=0,097+0,58.[\sqrt{v}] \text{ [W/(m.}^\circ\text{C)]}$$

dove (a) rappresenta il coefficiente di scambio, tra il fluido e le pareti della tenuta, che ricevono e cedono il calore trasmesso, mentre (s) rappresenta lo spessore equivalente di queste pareti; (ct) la conduttività termica interna e [v (m/s)] la velocità del fluido, in prossimità delle pareti.

Rimane a questo punto, da valutare la potenza termica, asportata dal trafilamento della tenuta:

$$Pq=Q.ps.cs.(T3-T2) \quad (W) \quad (3.10)$$

dove: Pq	(W)	Potenza dispersa, nel trafilamento della tenuta.
Q	$[(m^3)/s]$	Portata del trafilamento.
cs	$[J/(Kg.^\circ C)]$	Calore specifico del fluido, $cs=4200$ per acqua a $50^\circ C$.
ps	$[Kg/(m^3)]$	Peso specifico del fluido, $ps=1000$ per l'acqua.
$T3$	($^\circ C$)	Temperatura del fluido, dopo il trafilamento.

Punto 4*

Vediamo ora un primo esempio di calcolo, effettuato con l'ausilio di un foglio elettronico, impostato con le formule ricavate da questa analisi.

L'esempio si riferisce ad una tenuta per passaggio refrigerante, interno ai mandrini, di un apparecchio multiplo di foratura, dove i ridotti ingombri radiali ($\phi_{max}=20 \text{ mm}$); le prestazioni richieste [$Pi=8 \text{ Mpa}$ (80 Bar)], ($n=7000 \text{ giri/min}$) ne fanno una applicazione di tutto riguardo.

Dati:	d1 = 8	mm	Diametro a monte della tenuta
	d = 5,5	mm	" interno tenuta
	D = 11	mm	" esterno tenuta
	H1 = 2,5	mm	Altezza sezione di scambio termico del piattello statico
	H2 = 2,5	mm	" " " " " " " "
	Pi = 8	MPa	(1 MPa = 10 Bar) Pressione interna
	n = 7000	giri.(min ⁻¹)	Regime rotazione del piattello rotante
	v = 3	m.(s ⁻¹)	Velocità del fluido nella vena principale
	Fm = 20	N	Forza di spinta delle molle
		Fluido: acqua	descrizione o sigla

$\mu = 0,000544$	N.(m ⁻²).s
$\rho_s = 1000$	Kg.(m ⁻³)
$T_1 = 40$	°C
$T_2 = 25$	°C
$T_3 = 70$	°C
$cs = 4200$	J.(Kg ⁻¹). (°C ⁻¹)
$ct_1 = 50$	W.(m ⁻¹). (°C ⁻¹)
$ct_2 = 50$	W.(m ⁻¹). (°C ⁻¹)

Viscosità dinamica media del fluido
 Peso specifico del fluido
 Temperatura del fluido nella zona di trafileamento
 " " " " vena principale
 " " " " dopo il trafileamento
 Calore specifico medio del fluido
 Conduttività termica interna del piattello statico
 " " " " "
 rotante

Calcolo:

$Q = 3,810293$	(mm ³). (s ⁻¹)
$h = 0,7$	(1/1000).mm

Portata del trafileamento
Altezza del meato di trafileamento

(1.5) $Re = 6370$ numero puro

Numero di Reynolds (Re ≤ 2300 per flusso laminare)

$F_p = 402,12$	N
----------------	---

Forza premente dovuta alla pressione (P_i) su (d₁)

$F_{rt} = 422,12$	N
-------------------	---

Forza dovuta alla reazione nella zona tra (d) e (D) richiesta per avere l'equilibrio del sistema

(2.6) $F_{rt} = 411,31$ N

Forza dovuta alla reazione nella zona tra (d) e (D) sviluppata dal sistema (da rendere prossima a quella richiesta per l'equilibrio del sistema)

(3.7) $Pr = 0,563$ W

Potenza persa per attrito fluidodinamico

$S_1 = 4,32E-05$	m ²
$S_2 = 4,32E-05$	m ²
$s_1 = s_2 = 0,0018$	m
$a_1 = 0,8102$	W.(m ⁻¹). (°C ⁻¹)
$a_2 = 1,1016$	W.(m ⁻¹). (°C ⁻¹)
$K_1 = 0,4668$	W.(m ⁻²). (°C ⁻¹)
$K_2 = 0,4668$	W.(m ⁻²). (°C ⁻¹)

Superficie della parete equivalente del piattello statico
 " " " " " "
 rotante
 Spessore comune delle pareti equivalenti
 Coefficiente di scambio termico nella zona di trafileam.
 " " " " " vena principale
 Coefficiente globale di trasmis. termica parete statica
 " " " " " "
 rotante

(3.8) $P_t = 0,000605$ W

Potenza dispersa per trasmissione termica, attraverso le pareti interne degli elementi di tenuta

(3.10) $P_q = 0,720145$ W

Potenza termica dispersa, per effetto del trafileamento della tenuta (calore trasportato dal fluido che trafile)

Vediamo ora un secondo calcolo, nel quale abbiamo ridotto il numero di giri/min e la pressione. L'esempio si riferisce sempre alla tenuta precedente per passaggio refrigerante, interno ai mandrini, di un apparecchio multiplo di foratura, ove abbiamo ridotto le prestazioni richieste [$P_i = 4$ Mpa (80 Bar)], ($n = 5000$ giri/min).

Dati:

$d1 = 8$	mm
$d = 5,5$	mm
$D = 11$	mm
$H1 = 2,5$	mm
$H2 = 2,5$	mm
$P_i = 4$	MPa
$n = 4000$	giri.(min ⁻¹)
$v = 3$	m.(s ⁻¹)
$F_m = 20$	N

Diametro a monte della tenuta
 " interno tenuta
 " esterno tenuta
 Altezza sezione di scambio termico del piattello statico
 " " " " " " "
 rotante
 (1 MPa = 10 Bar) Pressione interna
 Regime rotazione del piattello rotante
 Velocità del fluido nella vena principale
 Forza di spinta delle molle

Fluido: acqua	descrizione o sigla
----------------------	---------------------

Natura del fluido che attraversa la tenuta

$\mu = 0,000544$	N.(m ⁻²).s
$\rho_s = 1000$	Kg.(m ⁻³)
$T1 = 40$	°C
$T2 = 25$	°C
$T3 = 70$	°C
$c_s = 4200$	J.(Kg ⁻¹). (°C ⁻¹)
$ct1 = 50$	W.(m ⁻¹). (°C ⁻¹)
$ct2 = 50$	W.(m ⁻¹). (°C ⁻¹)

Viscosità dinamica media del fluido
 Peso specifico del fluido
 Temperatura del fluido nella zona di trafileamento
 " " " " vena principale
 " " " " dopo il trafileamento
 Calore specifico medio del fluido
 Conduttività termica interna del piattello statico
 " " " " "
 rotante

Calcolo:	$Q = 1,1407495$ $h = 0,59$	$(mm^3).(s^{-1})$ $(1/1000).mm$	Portata del trafilamento Altezza del meato di trafilamento
(1.5)	$Re = 2263$	numero puro	Numero di Reynolds ($Re \leq 2300$ per flusso laminare)
	$F_p = 201,06$	N	Forza premente dovuta alla pressione (P_i) su (d_1)
	$F_{rt} = 221,06$	N	Forza dovuta alla reazione nella zona tra (d) e (D) richiesta per avere l'equilibrio del sistema
(2.6)	$F_{rt} = 205,66$	N	Forza dovuta alla reazione nella zona tra (d) e (D) sviluppata dal sistema (da rendere prossima a quella richiesta per l'equilibrio del sistema)
(3.7)	$Pr = 0,218$	W	Potenza persa per attrito fluidodinamico
	$S_1 = 4,32E-05$ $S_2 = 4,32E-05$ $s_1 = s_2 = 0,0018$ $a_1 = 0,6361$ $a_2 = 1,1016$ $K_1 = 0,4032$ $K_2 = 0,4032$	m^2 m^2 m $W.(m^{-1}).(^{\circ}C^{-1})$ $W.(m^{-1}).(^{\circ}C^{-1})$ $W.(m^{-2}).(^{\circ}C^{-1})$ $W.(m^{-2}).(^{\circ}C^{-1})$	Superficie della parete equivalente del piattello statico " " " " " " rotante Spessore comune delle pareti equivalenti Coefficiente di scambio termico nella zona di trafilam. " " " " " vena principale Coefficiente globale di trasmis. termica parete statica " " " " " rotante
(3.8)	$P_t = 0,000523$	W	Potenza dispersa per trasmissione termica, attraverso le pareti interne degli elementi di tenuta
(3.10)	$P_q = 0,215602$	W	Potenza termica dispersa, per effetto del trafilamento della tenuta (calore trasportato dal fluido che trafila)

Punto 5*) (conclusioni)

Il primo calcolo effettuato ci fornisce un valore di $F_{rt}=411.31\text{ N}$, per la forza di reazione della nostra tenuta, alla quale corrisponde una superficie attiva di $71,3\text{ mm}^2$ con una pressione media sulla superficie di $5,8\text{ N/mm}^2$ ($5,8\text{ Mpa}$) ed una velocità periferica massima di 4 m/s , per un (p.v) di $23,2\text{ Mpa}\cdot(\text{m/s})$.

Il trafilamento minimo ipotizzato, corrispondente ad un meato di altezza $h=0.7$ micrometri ci porta fuori dalle condizioni di moto fluido lineare con un $Re=6370$ (>2300). In queste condizioni abbiamo un trafilamento che garantisce l'asportazione del calore generato dall'attrito fluido. La gravosità di questa applicazione, consiglia però l'utilizzo dello schema tradizionale di tenuta (pastiglie in materiale ceramico, con superfici microlappate).

Il secondo calcolo invece, con un valore di $F_{rt}=205.66\text{ N}$, per la forza di reazione della nostra tenuta, con una pressione media sulla superficie di $2,9\text{ N/mm}^2$ ($2,9\text{ Mpa}$) ed una velocità periferica massima di 2.85 m/s , per un (p.v) di $8,26\text{ Mpa}\cdot(\text{m/s})$, rientra invece all'interno del campo di applicazione del calcolo $Re=2263$ (<2300).

Considerato che il calore prodotto viene asportato, dalla portata di trafilamento, $Q=68.4\text{ mm}^3/\text{min}$ e la pressione di contatto vale soltanto $2,9\text{ N/mm}^2$; scegliamo per la costruzione del piattello statico un PTFE caricato (che ha buone caratteristiche antiattrito, nell'eventualità non si formi immediatamente, il meato di lubrificazione senza contatto); mentre, per il piattello rotante, è consigliabile l'utilizzo di un buon acciaio da tempra, es. $38\text{NiCrMo}4$ temprato.

Prevediamo la finitura delle superfici a contatto ($Ra\ 0,2 - 0,3$) e non più spinta, per assicurare il trafilamento, che, se inibito, porterebbe ad un rapido deterioramento della tenuta.

Bibliografia:

G.Jacazio B.Piombo - Meccanica applicata alle macchine vol.II - Levrotto & Bella Torino

C.Rumor G.Strohmenger - Riscaldamento Ventilazione Condizionamento Impianti sanitari - Hoepli